

---

## Investigación Operativa

---

### Mathematical Optimization in Air Traffic Management<sup>1</sup>

**Antonio Alonso-Ayuso**

Departamento de Estadística e Investigación Operativa  
Universidad Rey Juan Carlos

✉ antonio.alonso@urjc.es

#### Abstract

The Operations Research team at the Rey Juan Carlos University is researching in order to propose innovative solutions to real problems in Air Traffic Management, in collaboration with GMV, a leader company in aeronautics. In this paper we briefly present these problems and the different strategies that we are using to obtain models and schemes to solve them. Decision Theory, Negotiation, Optimal Control Theory (Mixed Integer and Stochastic) Mathematical Programming are the main disciplines that we are applying.

**Keywords:** Air Traffic Management, Mathematical Programming.

**AMS Subject classifications:** 90C11, 90B50.

#### 1. Introducción

Los problemas de congestión del tráfico aéreo en muchos aeropuertos de Europa y Estados Unidos son cada vez más graves. Para mejorar esta situación, las técnicas de Gestión del Tráfico Aéreo tratan de anticipar y prevenir las situaciones de congestión que se puedan producir, asignando retrasos a los vuelos o cancelándolos si fuera preciso. Según el US Dept. of Transportation, en el año 2007, el 27% de los vuelos en Estados Unidos sufrieron un retraso superior a 15 minutos y el 3% fueron cancelados (ver US Dept. of Transportation, Bureau of Transportation Statistics, 2007). El coste de estos retrasos se ha estimado en más de 5900 millones de euros sólo en Estados Unidos, con un impacto similar en Europa. La International Air Transport Association (IATA) estimaba en 1993 un crecimiento exponencial del número de aeropuertos saturados y un estudio realizado por el ATAG (Air Transport Action Group, coalición formada por la industria aeronáutica, como fabricantes, aeropuertos, autoridades de control,

---

<sup>1</sup>Partially supported by GMV and i-math.

aero-líneas, etc.) estima que la demanda en 2015 llegará hasta los 1000 millones de pasajeros, cuando en 1998 fue de 541 millones de pasajeros. Incluso después del parón que supuso el ataque terrorista del 2001, las estimaciones realizadas en 2004 por EUROCONTROL indican que el tráfico aéreo se ha recuperado y crece a un ritmo aproximado del 4%, con lo que se duplicará en 2020.

Este crecimiento espectacular del tráfico aéreo, unido a otros factores (problemas meteorológicos, operativa en los aeropuertos, etc.) tiene como resultado una creciente congestión del espacio aéreo, y un incremento en los retrasos de los vuelos (y un coste económico importantísimo). Como consecuencia, se hacen necesarias mayores medidas de seguridad, con el fin de asumir los incrementos de tráfico sin poner en riesgo a los viajeros. Para ello, la Unión Europea ha lanzado el programa SESAR (Single European Sky) con el objetivo de crear una organización europea en contraposición con las diferentes organizaciones nacionales que existen actualmente. Con el fin de avanzar en la investigación en este tema, en la convocatoria de 2007, el consorcio ATLANTIDA de 17 empresas, liderado por BOEING SA, presentó una propuesta al CDTI (Centro para el Desarrollo Tecnológico Industrial, Ministerio de Ciencia e Innovación), dentro del programa CENIT, que fue evaluada positivamente y actualmente está en pleno desarrollo. Uno de los socios principales del consorcio es la empresa GMV, especializada en el desarrollo de soluciones innovadoras en el campo de la aeronáutica. El Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad Rey Juan Carlos (URJC) participa como Organismo Público de Investigación en la propuesta ATLANTIDA, a través de un contrato de investigación con la empresa GMV. Las líneas de investigación en las que el equipo de la URJC está trabajando son:

1. Toma de decisiones colaborativas en tráfico aéreo: las situaciones de conflicto en el uso de los recursos existentes son resueltos por la autoridad encargada de la gestión del tráfico aéreo (EUROCONTROL, en Europa) y se debe basar en criterios objetivos que eviten la discriminación hacia una compañía aérea concreta. Sin embargo, es deseable que en la toma de estas decisiones entren los responsables de las compañías, aunque no está claro su nivel de implicación: ¿el regulador debe ser el decisor último, aunque incorporando preferencias de las compañías, debe dejar parte de las decisiones en manos de las compañías (¿cuáles?) o, debe limitarse a ejercer de moderador? Nuestro objetivo es analizar las distintas alternativas que se pueden plantear. El equipo de trabajo está liderado por David Ríos e integrado por Roman Efremov y Javier Guerrero Razuri.
2. Cálculo del plan de vuelo de un aeronave. Los modelos actuales están basados en modelos de los años 60 y es necesario una actualización. Aunque el problema está definido en 4 dimensiones, actualmente los modelos contemplan sólo 2D: primero se calcula la trayectoria del avión en su proyección

en tierra y luego se calcula la altura de vuelo y el instante de pasada por cada punto. Estamos proponiendo modelos 4D, expresados además, en función de los modos de funcionamiento del avión (las variables de control del avión: velocidad, ángulos de giros, etc.) y no en función del estado del avión (variables de estado del avión: coordenadas), como hacen los modelos tradicionales. Lidera el equipo Ernesto Staffetti y forman parte de él Ana García Bouso, Alberto Olivares y Manuel Soler.

3. Planificación estratégica del tráfico aéreo: una vez conocidos los vuelos programados y sus respectivos planes de vuelo, se deben realizar reajustes que impidan un defecto de capacidad en algunos puntos del sistema. Para ello, hay que asignar retrasos en tierra y aire a cada uno de los aviones. Los modelos actuales consideran hipótesis muy simples y dejan fuera otras de vital importancia, como son la posibilidad de cancelar y desviar vuelos, la incertidumbre en los parámetros del modelo (capacidades) y, sobre todo, proponen objetivos neutrales respecto de las preferencias de las distintas compañías, por lo que las soluciones propuestas son de limitada aplicabilidad. Los modelos que estamos proponiendo eliminan muchas de estas limitaciones. El equipo de investigación, liderado por Antonio Alonso-Ayuso lo componen Alba Agustín, Laureano Escudero y Celeste Pizarro.
4. Resolución de conflictos en vuelo: una vez obtenida la planificación de los vuelos, puede ocurrir que existan conflictos entre dos vuelos de forma que no respeten las distancias de seguridad mínimas. En este proyecto se desarrollan nuevos modelos matemáticos que permiten detectar estas situaciones y proponer cambios en el plan de vuelo para evitar los riesgos de colisión. Laureano Escudero lidera este grupo que incluye a Antonio Alonso-Ayuso, Javier Martín-Campo, Pablo Olaso y Celeste Pizarro.

En su conjunto, este proyecto implica a 12 investigadores y 6 estudiantes de últimos cursos y ha dado lugar al inicio de 6 tesis doctorales y varios proyectos fin de carrera. Además, está parcialmente financiado por el proyecto Ingenio Matemática a través de la acción CONS-C4-0169.

## 2. Toma de decisiones colaborativa en tráfico aéreo

La toma de decisiones colaborativa (collaborative decision making, CDM) ha sido introducida recientemente como un paradigma nuevo para la gestión del tráfico aéreo, véase Ball et al. (2000a,b), Wambsganss (1997) o Hoffman et al. (1999). CDM trata de mejorar la gestión del tráfico aéreo mediante el intercambio de información, las mejoras en procedimientos, desarrollo de herramientas y el conocimiento compartido, facilitando la cooperación entre las partes interesadas, lo que lleva a mejoras en la gestión del tráfico aéreo. Aunque inicialmente destinado para mejorar los programas de asignación de retrasos en tierra en Es-

tados Unidos, el potencial de CDM es mucho mayor. Mediante el uso de CDM, la información no sólo fluye desde las compañías hasta la autoridad central, sino que la información de cada compañía aérea está disponible para las otras compañías aéreas, haciendo hincapié en la importancia de la cooperación global entre los distintos actores: operadores, centro de control, compañías aéreas, tripulaciones, proveedores de servicios de asistencia en tierra, y una unidad central de gestión de la afluencia de tráfico aéreo.

Un ejemplo de aplicación es la asignación de slots (derechos de las compañías para operar en un aeropuerto en una franja horaria determinada). Si un avión pierde el slot que tiene inicialmente asignado, normalmente busca uno nuevo para realizar el vuelo previsto. En un momento dado, varias compañías con varias rutas en distintos puntos de Europa podrían encontrarse en esa situación, con lo que podría crear un fondo con los slots disponibles y los slots demandados e iniciar una negociación para repartírselos, atendiendo a criterios de rentabilidad y seguridad, pero sin olvidar el papel del regulador, que lo que busca es aumentar la capacidad y la seguridad. Uno de los trabajos que hemos realizado en este proyecto es precisamente el diseño de un prototipo del sistema de reasignación de slots, que considera la existencia de un regulador, de múltiples compañías aéreas y sus múltiples objetivos, la competencia existente entre las compañías aéreas, la incertidumbre sobre la oferta y la demanda de reprogramación, la naturaleza combinatoria, múltiples aeropuertos, las limitaciones físicas y legales sobre los slots. El modelo propuesto supone que el regulador conoce las preferencias de las compañías aéreas que participan y un determinado horizonte temporal (por ejemplo 24 horas). Para este horizonte, creamos un mercado con todos los slots disponibles (se incluyen los slots libres desde el principio, los que han sido desocupados debido a las operaciones inesperadas y, finalmente, los slots que las compañías están dispuestas a liberar a cambio de otros de mayor interés). El mecanismo de funcionamiento del mercado podría ser:

1. Se parte del supuesto de que las compañías aéreas pueden modelar sus múltiples preferencias mediante una función multiobjetivo (diferente para cada compañía y que evoluciona en el tiempo), que le permite evaluar las decisiones que toma el sistema (slots que se asignan y que se desasignan a esa compañía). Estas funciones podrían incorporarse a los agentes de software que toman decisiones por ellos y deben ponerse a disposición (confidencialmente) de un tercero de confianza, el árbitro. Estas funciones pueden evolucionar en el tiempo.
2. Con cierta antelación, las compañías pueden negociar los slots asignados a cada compañía.
3. El árbitro se ocupa de todas las tareas de reorganización de datos, incluido la publicación de los slots disponibles, los que están obsoletos, etc.

4. Una vez finalizado el plazo de negociación, el árbitro, basándose en esquemas de regateo, sugiere una asignación de los slots libres. Para ello debe tener en cuenta los objetivos de las compañías y debe ajustarse a las reglas impuestas por el esquema de regateo seleccionado. Con el fin de mantener la equidad, el método considerado debe incorporar las decisiones tomadas en el pasado.
5. Un módulo de previsión se ocupa de alertar sobre las posibles situaciones en las que es necesario liberar slots, con el fin de mantener un enfoque proactivo.

Debido a la complejidad del problema, y a que los decisores estarían dispersos geográficamente, puede ser conveniente recurrir a un marco seguro, como puede ser el FOTID (full open and truthfully intermediary disclose), vease Raiffa et al. (2002), en un sistema en el que confíen todas las partes interesadas y que conozca las preferencias de todos los participantes, sin revelarlas a otras partes. Kersten (2009) ofrece un buen resumen de los aspectos clave. Este marco también permite que el regulador fuerce una solución arbitrada entre las compañías aéreas, logrando una distribución de los recursos eficiente y equitativa, si dejar de satisfacer las restricciones jurídicas y de seguridad.

Se trata de un problema muy complejo y que puede llegar a ser de grandes dimensiones, por lo que podría ser útil el uso de agentes de software, en lugar de los decisores, véase Luck et al. (2004). Un agente de software actúa en nombre de un usuario y actualmente se utilizan en muchas actividades (compra venta de valores bursátiles, vigilancia, etc.). Estas “actividades en nombre de” implican la autoridad para decidir cuándo (y si) una acción es apropiada. En nuestro contexto, el agente debe incorporar la función de utilidad, elaborada por el dueño y, por tanto, que representa sus preferencias, a las que el agente invocará para tomar una decisión y se remitirá a su dueño si la decisión no es suficientemente clara (por ejemplo, en el caso de que dos alternativas tengan valoraciones demasiado cercanas). Campbell et al. (2000) describen un sistema de simulación basado en agentes que muestra las ventajas de este tipo de aproximaciones frente a otros no colaborativos y Jonker et al. (2005a,b) describe cómo los mecanismos de mercado para la gestión del tráfico aéreo que pueden ser aplicados mediante el uso de agentes.

### 3. Cálculo del plan de vuelo de una aeronave

Una vez que una compañía ha decidido establecer un vuelo entre dos determinados aeropuertos con una determinada aeronave, es necesario calcular la ley espacio-temporal que cada una de ellas sigue, esto es, la trayectoria de cada aeronave, así como la evolución temporal de las variables fundamentales de cada aeronave (velocidad, empuje, sustentación, consumo, resistencia, etc.). Generalmente la trayectoria viene determinada por el plan de vuelo. Dicho plan de

vuelo específica, además de diversa información de carácter técnico, la secuencia de “waypoints” a sobrevolar, las aerovías por donde hacerlo y los diferentes niveles de vuelo. El plan de vuelo especifica también algunos procedimientos operativos, e.g., realizar un ascenso hasta un nivel de vuelo determinado a velocidad calibrada constante y con un “setting” de empuje constante. En definitiva, estamos ante un espacio aéreo excesivamente regulado y burocratizado que deja poco margen al cálculo de trayectorias óptimas, lo cual redundaría en pérdidas de eficiencia tanto económica como energética, así como de la propia capacidad del espacio aéreo.

En el vuelo de una aeronave comercial existen, sin pérdida de generalidad, siete fases diferenciadas: despegue, ascenso inicial, ascenso, crucero, descenso, aproximación y aterrizaje. Además, se pueden especificar otras fases intermedias dentro de lo que se denomina “step climbs”. Así pues, en el paradigma actual, las decisiones están sujetas a un alto número de procedimientos muy rígidos, y deja muy poco lugar a la optimización. Para una fase determinada del vuelo, se toma una función objetivo cualquiera, como puede ser el consumo de combustible, sujeto a un procedimiento operativo prefijado, e.g., velocidad calibrada constante y ajuste de empuje constante, obteniendo como resultado para la aeronave en cuestión su trayectoria, la evolución temporal de sus variables de estado y la ley de control.

Según contempla la literatura, la optimización se hace de forma independiente para cada una de las fases, lo que da lugar a trayectorias alejadas de la que sería óptima. De cara a definir un nuevo paradigma sobre la gestión del tráfico aéreo, aumentando así la capacidad y la eficiencia, el programa europeo SESAR ha elaborado un plan maestro que, entre otras muchas cosas que propone en diversos ámbitos, plantea eliminar algunas de las restricciones que se imponen en el cálculo de los planes de vuelo, sin, con ello, disminuir los altos niveles de seguridad actuales. De hecho, actualmente se están probando pequeños cambios en los procedimientos, como puede ser el aterrizaje con el avión planeando desde una altura mucho mayor, con un considerable ahorro en el consumo del vuelo (y, por tanto, en la emisión de contaminantes) con un incremento en el tiempo de vuelo de escasos 2 minutos. Algunas referencias sobre el diseño de trayectorias en tráfico aéreo mediante control óptimo son Betts (1998), Betts y Cramer (1995) y Hargraves y Paris (1987).

En este contexto, el equipo de investigación de la URJC está planteando nuevos métodos para obtener planes de vuelo que puedan ser utilizados dentro del nuevo marco definido por SESAR con el horizonte de 2020.

El problema de la generación del plan de vuelo suele plantearse como un problema de control óptimo de un sistema dinámico, que busca determinar los controles que debemos aplicar al sistema, en nuestro caso una aeronave, para moverse entre dos puntos determinados satisfaciendo un conjunto de restricciones (sobre las variables de estado o de control) de forma que se minimice una

determinada función objetivo (tiempo de viaje, coste, etc.). Estos métodos proporcionan también la trayectoria de la aeronave de forma que el piloto tiene toda la información para ejecutar el plan de vuelo. Los métodos numéricos que se utilizan para resolver este problema de control óptimo se pueden clasificar como directos o indirectos. Los métodos directos pasan el problema de control de dimensión infinita a un problema de optimización no lineal de dimensión finita discretizando el horizonte temporal y las variables de estado y de control y convirtiendo las ecuaciones dinámicas de la aeronave en ecuaciones en diferencias. Por el contrario, los métodos indirectos resuelven numéricamente las condiciones necesarias de optimalidad.

Los primeros estudios del equipo de la URJC se han basado en suponer el espacio aéreo sin restricciones. Partiendo de las coordenadas geográficas de los aeropuertos de origen y destino y de los parámetros específicos de la aeronave, ha sido posible calcular el plan de vuelo óptimo para fases concretas del vuelo y para un vuelo completo, según el objetivo propuesto, como puede ser el consumo de combustible, el tiempo total de vuelo, etc. Los modelos matemáticos propuestos incluyen el viento previsto durante el vuelo en el espacio aéreo de operación, un elemento crucial a tener en cuenta para optimizar la trayectoria de la aeronave. Los métodos propuestos proporcionan todos los valores de las variables de control en instantes de tiempo predefinidos que optimizan la trayectoria de la aeronave. En una segunda fase, la investigación está orientada a integrar una secuencia preestablecida de fases de vuelo en el mismo problema de optimización incluyendo la duración de cada fase como variable del problema y considerando distintos modelos dinámicos de la aeronave en las distintas fases del vuelo. En este contexto, distintos modelos dinámicos reflejan distintas posibles configuraciones de la aeronave (por ejemplo, con los flaps extendidos o no en las fases de despliegue y ascenso). Es éste un enfoque muy prometedor que permitirá obtener planes de vuelo mucho más eficientes de los que se utilizan actualmente, algo especialmente importante en estos momentos en los que la reducción de consumo y emisiones de contaminantes se ha convertido en un objetivo de primer orden.

#### **4. Planificación estratégica del flujo del tráfico aéreo**

Para abordar el problema de la congestión de los aeropuertos y el espacio aéreo, a partir de 1973, coincidiendo con la primera crisis del petróleo, la Federal Aviation Administration (FAA) de Estados Unidos emprendió una política consistente en retrasar los vuelos en tierra antes de su salida en aquellos casos en los que no se podía garantizar la llegada del mismo. Este cambio de política tendente a eliminar el incesante incremento del número de aviones volando alrededor de su aeropuerto de destino, vino provocada por el aumento de los costes del combustible, que hacían mucho más costosos los retrasos en aire. Inicialmente, el desarrollo de esta política se dejó en manos de los controladores

aéreos, que con su experiencia determinaban qué vuelos debían retrasarse y qué vuelos podían partir. Sin embargo, la complejidad del problema limitaba mucho el alcance de las decisiones de los controladores. No debemos olvidar que muchos de los aviones utilizados realizan más de un vuelo consecutivo y que la alianzas entre compañías garantizan conexiones entre distintos vuelos, lo que multiplica el efecto propagador de los retrasos a lo largo de toda la red de aeropuertos. Posteriormente, el desarrollo de la informática y la aplicación de la Investigación Operativa en este campo han permitido desarrollar metodologías de ayuda a la toma de decisiones que permiten adoptar soluciones óptimas (o casi óptimas).

La finalidad de los retrasos en tierra es evitar los retrasos en aire conocidos de antemano trasladándolos a tierra. No siempre es posible anticipar todo el retraso, sobre todo en el caso de los vuelos de larga duración, ya que se pueden producir variaciones de las condiciones de su ruta un vez iniciado el vuelo. Para ello es necesario un seguimiento de la ocupación en cada sector aéreo y periodo de tiempo. En 2006, la FAA probó una herramienta conocida como Airspace Flow Programs que, por primera vez, permite a la FAA controlar la actividad en el espacio aéreo congestionado por medio de la emisión de retrasos en tierra, adaptados a los requisitos del cliente para cada vuelo individual. El uso de esta herramienta supuso un ahorro de casi 118 millones de dólares US en los veranos de 2006 y 2007, ver Horner (2008).

La casuística que se puede considerar dentro de este campo es muy amplia. La mayoría de las referencias que se pueden encontrar en la literatura se refieren a los modelos más sencillos, aquellos que no consideran el espacio aéreo y se centran en la congestión de los aeropuertos y tratan de encontrar una planificación que se ajuste a las limitaciones de capacidad impuestas por las infraestructuras de los aeropuertos (Multi-Airport Ground Holding Problem, MAGHP). Esto es así, fundamentalmente, porque este problema fue inicialmente estudiado en EEUU, donde sólo se presentan problemas de congestión en los aeropuertos. Odoni (1987) presenta un trabajo pionero para la planificación de vuelos en tiempo real minimizando los costes de congestión. La conceptualización de esta primera metodología de modelización de planificación aeroportuaria es básica en los trabajos posteriores. El caso más sencillo considera un sólo aeropuerto, y fue aplicado con éxito en algunos aeropuertos italianos a partir de los estudios del equipo dirigido por Bianco (ver Bianco, Rinaldi y Sassamo, 1987 y Bianco, 1995), en el aeropuerto de Boston Logan por Andreatta, Odoni y Richetta (1993), Andreatta y Romani-Jacur (1987) y Richetta (1995), y en el aeropuerto de Frankfurt por Platz y Brokof (1994). Los siguientes modelos matemáticos consideran una red de aeropuertos, incluyendo las interrelaciones entre ellos. Wang (1991) resuelve el problema mediante programación dinámica y Andreatta y Brunetta (1998) y Brunetta, Guastalla y Navazio (1998) proponen un modelo que aplican a diferentes problemas simulados en el Pseudo Official Air Guide Generator en el laboratorio Drapper. Terrab y Odoni (1993), Vranas, Bertsimas

y Odoni (1994a,b) estudian el problema en el área de Boston.

Los modelos más completos incluyen limitaciones de capacidad en el espacio aéreo (dividido en sectores), dando lugar al Air Traffic Flow Management Problem (TFMP). Helme (1992) presentó uno de los primeros modelos para este problema, pero con unos resultados computacionales muy limitados. Destaca por el impacto que ha tenido y los resultados obtenidos, el trabajo publicado por Bertsimas y Stock (1998). Tanto los resultados teóricos de dicho trabajo como los resultados con datos reales (de tráfico entre los aeropuertos de Boston Logan, NY La Guardia, Washington National y un aeropuerto ficticio que representa el mundo exterior) muestran las ventajas de esta propuesta frente a otras utilizadas en la literatura, con tecnología de 1994, resolvían casos con más de 1000 vuelos en menos de 10 minutos y las pruebas llevadas a cabo por GMV en 2009 dentro del proyecto ATLANTIDA muestran que es posible resolver problemas con hasta 35000 vuelos de Europa en pocas horas de computación.

El modelo de Bertsimas y Stock (1998) considera el horizonte de tiempo dividido en un conjunto finito de periodos de tiempo  $\mathcal{T}$ , un conjunto  $\mathcal{K}$  de aeropuertos y un espacio aéreo dividido en sectores,  $\mathcal{J}$ . Cada uno de los aeropuertos y sectores aéreos tiene una capacidad determinada. Así, para cada aeropuerto  $k$  conocemos  $D_k^t$  y  $A_k^t$ , número de aviones que pueden despegar y aterrizar en el periodo  $t$  y para cada sector  $j$  conocemos  $S_j^t$ , número de aviones que pueden atravesar dicho sector en el periodo  $t$ . Estas capacidades dependen de las condiciones meteorológicas y número de vuelos que se pueden dirigir desde el centro de control correspondiente a ese sector, entre otras. Existe un conjunto  $\mathcal{F}$  de vuelos: un vuelo  $f$  parte de un aeropuerto  $k_f^d \in \mathcal{K}$  y después de atravesar algunos sectores contiguos de  $\mathcal{J}$  aterriza en otro aeropuerto  $k_f^a \in \mathcal{K}$ . Denotamos por  $\mathcal{P}_f$  la secuencia de aeropuertos y sectores que atraviesa el vuelo  $f$  ( $P_f^j$  es el  $j$ -ésimo elemento de  $\mathcal{P}_f$ , con  $P_f^1 = k_f^d$  y  $P_f^{N_f} = k_f^a$ ). Para cada vuelo, conocemos el periodo en el que está programado su despegue,  $d_f$ , el periodo previsto para su aterrizaje,  $r_f$ , el número mínimo de periodos de tiempo que necesita para atravesar el  $j$ -ésimo sector de su ruta,  $\ell_f^j$  y el conjunto  $\mathcal{T}_f^j$  de periodos de tiempo en los que el vuelo  $f$  puede empezar a circular por el sector  $j$ . Por último, en muchas situaciones reales, un avión debe realizar varios vuelos consecutivos y esto provoca que los retrasos se propaguen a lo largo del horizonte temporal. Para contemplar esta situación en el modelo, se considera un conjunto de vuelos continuados  $\mathcal{C} = \{(f, f'), f, f' \in \mathcal{F}\}$ , de forma que  $f'$  no puede despegar hasta que no hayan transcurrido al menos  $s_f$  periodos de tiempo desde que el vuelo  $f$  aterrizó, donde  $s_f$  representa el tiempo necesario para preparar el avión para el nuevo vuelo.

El objetivo es encontrar una planificación para los vuelos de  $\mathcal{F}$  sin superar la capacidad de ninguno de los aeropuertos ni sectores aéreos del modelo con un coste mínimo. Para ello, el modelo puede asignar un retraso en tierra o en aire

a cada vuelo, con el consiguiente coste  $c_f^g$  y  $c_f^a$ .

Para representar el modelo se definen las variables 0-1  $w_{ft}^j$ ,  $\forall f \in \mathcal{F}$ ,  $j \in \mathcal{P}_f$ ,  $t \in \mathcal{T}_f^j$ , tal que  $w_{ft}^j$  toma el valor 1 si el vuelo  $f$  llega al sector  $j$  **en el periodo  $t$  o antes** y 0 en otro caso (nota:  $w_{ft}^j = 0$ ,  $\forall f \in \mathcal{F}$ ,  $j \in \mathcal{P}_f$ ,  $t < d_f^j$  y  $w_{ft}^j = 1$ ,  $\forall f \in \mathcal{F}$ ,  $j \in \mathcal{P}_f$ ,  $t \geq \bar{T}_{fj}$ ). El retraso en tierra y el retraso en aire de cada vuelo  $f$ ,  $g_f$  y  $a_f$ , respectivamente, se pueden obtener como:

$$g_f = \sum_{t \in \mathcal{T}_f^k: k=P_f^1} t(w_{ft}^k - w_{ft-1}^k) - d_f, \quad a_f = \sum_{t \in \mathcal{T}_f^k: k=P_f^{N_f}} t(w_{ft}^k - w_{ft-1}^k) - r_f - g_f$$

La formulación del TMFP resulta:

$$\begin{aligned} \text{mín} \sum_{f \in \mathcal{F}} & \left[ (c_f^g - c_f^a) \sum_{t \in \mathcal{T}_f^k: k=P_f^1} t(w_{ft}^k - w_{ft-1}^k) \right] + \\ & + \sum_{f \in \mathcal{F}} \left[ c_f^a \sum_{t \in \mathcal{T}_f^k: k=P_f^{N_f}} t(w_{ft}^k - w_{ft-1}^k) + (c_f^a - c_f^g)d_f - c_f^a r_f \right] \quad (4.1) \end{aligned}$$

sujeto a:

$$\sum_{f: P_f^1=k} (w_{ft}^k - w_{ft-1}^k) \leq D_k(t) \quad \forall k \in \mathcal{K}^d, t \in \mathcal{T} \quad (4.2)$$

$$\sum_{f: P_f^{N_f}=k} (w_{ft}^k - w_{ft-1}^k) \leq A_k(t) \quad \forall k \in \mathcal{K}^a, t \in \mathcal{T} \quad (4.3)$$

$$\sum_{\substack{f: P_f^i=j \\ P_f^{i+1}=j', i < N_f}} (w_{ft}^j - w_{ft}^{j'}) \leq S_j(t) \quad \forall j \in \mathcal{J} \setminus \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (4.4)$$

$$w_{ft+l_{fj}}^{j'} - w_{ft}^j \leq 0 \quad \begin{cases} \forall f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}_f^j, j = P_f^i, \\ j' = P_f^{i+1}, i < N_f \end{cases} \quad (4.5)$$

$$w_{ft}^k - w_{ft+(r_f-d_f)+A_f}^{k'} \leq 0 \quad \forall f \in \mathcal{F}, t \in \mathcal{T}_f^k, k = P_f^1, k' = P_f^{N_f} \quad (4.6)$$

$$w_{ft}^k - w_{ft-s_{f'}-1}^{k'} \leq 0 \quad \forall (f', f) \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}_f^k, k = P_f^1 \quad (4.7)$$

$$w_{ft}^j - w_{ft-1}^j \geq 0 \quad \forall f \in \mathcal{F}, j \in \mathcal{P}_f, t \in \mathcal{T}_f^j \quad (4.8)$$

$$w_{fT_f^j}^j = 1 \quad \forall f \in \mathcal{F}, j \in \mathcal{P}_f \quad (4.9)$$

$$w_{ft}^j \in \{0, 1\} \quad \forall f \in \mathcal{F}, j \in \mathcal{P}_f, t \in \mathcal{T}_f^j. \quad (4.10)$$

Las restricciones (4.2) y (4.3) aseguran que el número de aviones que despegan y aterrizan respectivamente en cada aeropuerto durante el periodo  $t$  no supera las

capacidades correspondientes. Las restricciones (4.4) aseguran que no circulen por cada sector más aviones de los permitidos en cada periodo de tiempo. Las restricciones (4.5) representan la conexión entre sectores; imponen que si un vuelo ya ha llegado en el periodo  $t + l_{fj}$  al sector  $j'$ , entonces ya debe haber llegado al sector  $j$  en el periodo  $t$ , donde el sector  $j'$  es el siguiente al sector  $j$  en la ruta del vuelo  $f$ . Las restricciones (4.6) garantizan que el vuelo  $f$  no tenga un retraso en aire superior a  $A_f$  periodos. El retraso máximo en tierra tolerado queda garantizado por la definición de  $\mathcal{T}_f^k, \forall f \in \mathcal{F}, k = P_f^1$ ). Las restricciones (4.7) trasladan el retraso de cada vuelo a los vuelos que le siguen. El vuelo  $f$  no puede partir hasta que no haya llegado el vuelo  $f'$  y se hayan consumido  $s_{f'f}$  periodos de tiempo en preparar el avión, como mínimo. Las restricciones (4.8) representan la conexión en el tiempo. Si un vuelo ya ha llegado al sector  $j$  en el periodo  $t$ , entonces  $w_{ft'}^j$  debe tomar el valor 1 para todos los periodos  $t' \geq t$ . Las restricciones (4.9) fijan la última variable de cada par vuelo-sector a 1 ( $T_{fj}$  denota el último elemento de  $\mathcal{T}_f^j$ ); esto garantiza que a cada vuelo se le asigne un periodo de tiempo para despegar. Las restricciones (4.10) imponen el carácter binario de las variables.

Una alternativa muy usual en la operativa diaria es el desvío de vuelos por rutas alternativas, Air Traffic Flow Management Rerouting Problem (TFMRP). Dadas las implicaciones que este tipo de decisiones pueden tener para toda la red de aeropuertos, ha sido necesario el diseño de nuevas metodologías que contemplen el impacto de la desviación de vuelos. Son muy pocos los trabajos que se pueden encontrar que incluyan esta posibilidad. Destacan el trabajo de Bertsimas y Stock (2000), que presenta un enfoque dinámico de flujo de la red y trata el problema de la desviación dinámica de aviones, y más recientemente, el trabajo de Bertsimas, Lulli y Odoni (2009), en el que se presenta una extensión del modelo (4.1)-(4.10) al caso del rerouting, con resultados muy buenos en ejemplos de grandes dimensiones. En paralelo, y partiendo del trabajo de Bertsimas y Stock (1998), dentro del proyecto ATLANTIDA, estamos desarrollando modelos que generalizan los anteriores. En particular, incluyen la posibilidad de asignar adelantos en aire a los vuelos (estrategia que es utilizada en muchas situaciones reales para compensar el retraso acumulado en tierra) y limitan el tiempo que un avión puede invertir en atravesar cada uno de los sectores de su ruta (para evitar que la solución proponga un retraso excesivo en una pequeña parte del vuelo, algo que puede ser inviable en la práctica); por otro lado, se generalizan los costes a considerar (costes de cancelación de vuelos, por el uso de rutas alternativas, etc.), muchos de los cuales no pueden ser evaluados en el modelo de Bertsimas, Lulli y Odoni.

Una característica común de los modelos anteriores es que consideran que la capacidad de los elementos del problema (aeropuertos y espacio aéreo) está

perfectamente determinada al inicio del horizonte temporal de planificación considerado. Una visión más realista del problema induce a pensar que esto no es así y que a lo largo del horizonte temporal de planificación se pueden producir variaciones en las capacidades de los aeropuertos y sectores que invalidan la solución propuesta inicialmente. Estas variaciones suelen ser debidas a los cambios en las condiciones meteorológicas y, en ocasiones, suponen descensos de más del 50 % en la capacidad de algunos aeropuertos. Ello nos conduce a incluir la incertidumbre en estos parámetros, dando paso a la programación estocástica. Esta metodología permite representar la incertidumbre por medio de un conjunto de escenarios posibles, cada uno con un peso que representa la certeza que tiene el decisor sobre su ocurrencia. La solución propuesta debe ser tal que considere todos los escenarios y no esté sometida a ninguno de ellos en particular. Este tipo de soluciones, que se denominan soluciones robustas, minimizan la diferencia entre el coste de la solución propuesta de planificación aeroportuaria y el coste de la solución óptima para cada escenario, ver Alonso-Ayuso et al. (2000). Esta es otra línea en la que estamos trabajando, con la propuesta de un modelo estocástico para el Air Traffic Flow Management Rerouting Problem (TFMRP).

## 5. Resolución de conflictos de vuelo

Los modelos anteriores permiten obtener una planificación de los vuelos que garantiza que no se supera la capacidad de los sectores del espacio aéreo; ya es posible saber qué aeronaves estarán en cada momento atravesando cada uno de los sectores aéreos. Sin embargo, existe el riesgo de que la trayectoria de dos aeronaves que están en un sector determinado estén demasiado próximas en un momento dado y no guarden su distancia de seguridad (típicamente, 5 millas náuticas), con lo que se da una situación de conflicto. El documento FASTI recientemente publicado por EUROCONTROL fija los requisitos que debe cumplir un sistema de resolución de conflictos a medio plazo (*Medium-Term Conflict Detection, MTCD*). El sistema MTCD debe ser capaz de detectar la probable pérdida de la separación de seguridad entre dos aeronaves, la invasión de alguna zona restringida por parte de una aeronave o el bloqueo que una aeronave puede hacer de un espacio que otra aeronave pretenda utilizar. Una de las mayores dificultades que presenta este problema es la incertidumbre que existe sobre la trayectoria real que está siguiendo una aeronave en cada momento, ya que depende de factores muy variables, como son el viento, las turbulencias, etc, lo que hace necesario distinguir entre trayectoria local y trayectoria planificada. Este problema ha sido estudiado desde diversos puntos de vista, con modelos alternativos con metodologías muy variadas. Kuchar y Yang (2000) presentan un interesante repaso a la literatura existente sobre la detección y resolución de conflictos.

Una buena parte de los esfuerzos que se han realizado han estado centrados

en el estudio de aeronaves no tripuladas (*Uninhabited Aerial Vehicle (UAV)*). Así, Richards y How (2002) presentan un modelo para evitar obstáculos y lo aplican al control cooperativo de múltiples vehículos. Dell’Olmo y Lulli (2003) presentan una arquitectura jerárquica de dos niveles para los problemas de la gestión del tráfico aéreo a resolver con modelos matemáticos. El primer nivel representa la red de rutas aéreas, y su solución proporciona los flujos de tráfico aéreo en cada arco de la red. Este nivel interactúa con el segundo que representa una ruta aérea única y sus propios flujos de tráfico aéreo. Este último modelo permite asignar una ruta de tráfico aéreo a cada vuelo y la optimización de la capacidad aérea, así como la eliminación de situaciones de colisión de vuelos. Posteriormente, Christodoulou y Costoulakis (2004) proponen un problema de programación no lineal entera mixta que permite resolver los conflictos asignando cambios de velocidad y ángulo a los vuelos. Sin embargo, la experiencia computacional que presentan indica que su modelo tiene poca aplicación práctica, en la que el tiempo de respuesta debe ser de unos pocos segundos.

Por otro lado, Pallottino, Feron y Bicchi (2002) utilizan un enfoque distinto, y partiendo de las trayectorias que siguen los aviones en un instante dado, realizan un estudio geométrico que permite establecer las condiciones en las que se establece un conflicto. Mediante un problema de programación lineal entera mixta, proponen cambios de velocidad en los vuelos y así evitar los conflictos. Una de las líneas de investigación que seguimos en este proyecto trata de extender este modelo, incluyendo cambios de altura (entre otras situaciones, permite eliminar conflictos de aviones que circulan sobre trayectorias muy similares pero en sentido opuesto), y forzando a que los aviones retornen a su configuración inicial una vez superada la situación de conflicto. Adicionalmente, consideramos que el radio de seguridad puede variar para cada avión (esto permite incrementar este radio para aquellos aviones que circulen por zonas más inestables y con mayor incertidumbre en cuanto a la trayectoria real que seguirá el avión). Además cubre la resolución de casos concretos en los que la inestabilidad causada por un denominador nulo hacía que los conflictos no fueran resueltos. Cabe destacar que los modelos que hemos logrado eliminan los problemas formales que presenta el modelo de Pallottino y que limitaban altamente la aplicabilidad del mismo. La experiencia preliminar que tenemos es altamente satisfactoria y es posible resolver problemas de dimensiones reales en un tiempo computacional muy reducido, prácticamente en tiempo real.

Otro enfoque alternativo que estamos utilizando es considerar la trayectoria de una aeronave como una secuencia de puntos separados no más de 2,5 millas (ya que la distancia de seguridad entre dos aeronaves se establece en 5 millas) y analizar los puntos en los que se puede producir un conflicto (teniendo en cuenta las decisiones que se pueden tomar, como son, altura de vuelo y tiempo invertido por la aeronave en llegar hasta cada punto). La ventaja de este enfoque es que permite detectar los conflictos con bastante antelación (varios minutos). Los

primeros resultados son prometedores y es posible resolver problemas de dimensiones moderadas en escasos segundos, aunque estamos desarrollando esquemas de computación en paralelo para problemas de grandes dimensiones.

## Referencias

- [1] Alonso-Ayuso A., Escudero L.F., y Ortuño M.T. (2000). A stochastic 0-1 program based approach for Air Traffic Management. *European Journal of Operational Research*, **120**, 47-62.
- [2] Andreatta G., y Brunetta L. (1998). Multi-airport ground holding problem: A computational evaluation of exact algorithms. *Operations Research*, **46**, 57-64.
- [3] Andreatta G., Odoni A.R., y Richetta O. (1993). Models for the ground holding problem. En: *Large Scale Computation and Information Processing in Air Traffic Control* (editado por L. Bianco, P. Dell'Olmo y A.R. Odoni). Springer-Verlag.
- [4] Andreatta G., y Romanin-Jacur G. (1987). Aircraft flow management under congestion. *Transportation Science*, **21**, 249-253.
- [5] Ball M., Hoffman R., Chen C-Y., y Vossen T. (2000a) Collaborative decision making in Air Traffic Management: Current and future directions, Tech. Rep., NEXTOR.
- [6] Ball M., Hoffman R., Knorr D., Wetherly J. y Wambsganns, M. (2000b) Assessing the benefits of collaborative decision making in air traffic management, Proc. 3rd USA/Europe ATM RD Seminar.
- [7] Bertsimas D., Lulli G., y Odoni A.R. (2009). An integer optimization approach for large-scale air traffic flow management. *Operations Research* (en prensa).
- [8] Bertsimas D., y Stock S. (1998). The air traffic flow management problem with enroute capacities. *Operations Research*, **46**, 406-422.
- [9] Bertsimas D., y Stock S. (2000). The Traffic Flow Management Rerouting Problem in Air Traffic Control: A Dynamic Network Flow Approach. *Transportation Science*, **34**, 239-255.
- [10] Betts J.T. (1998). Survey of numerical methods for trajectory optimization. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **21**, 193-207.
- [11] Betts J.T., y Cramer E.J. (1995). Application of direct transcription to commercial aircraft trajectory optimization. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **18**, 151-159.

- 
- [12] Bianco L. (1995). Trends in Transportation. System and Relation with Air Transportation Demand. Advanced Workshop in Air Traffic Control. Capri (Italia).
- [13] Bianco L., Rinaldi G., y Sassamo A. (1997). A Combinatorial Optimization Approach to Aircraft Sequencing Problem. En: *Flow Control of Congested Networks* (editado por A.R. Odoni, L. Bianco y G. Szego). Springer-Verlag, 323-339.
- [14] Brunetta L., Guastalla G., y Navazio L. (1998). Solving the multi-airport ground holding problem. *Annals of Operations Research*, **81**, 271-288.
- [15] Campbell K., Cooper W., Greenbaum D., y Wojcik L. (2000). Modeling distributed human decision-making in traffic flow management operations, Proc. 3rd USA/Europe ATM RD Seminar.
- [16] Christodoulou M.A., y Costoulakis C. (2004). Nonlinear mixed integer programming for aircraft collision avoidance in free flight. Proc. IEEE Melecon, (Dubrovnik, Croacia), **1**, 327-330.
- [17] Dell'Olmo P., y Lulli G. (2003). A new hierarchical architecture for air traffic management: Optimization of airway capacity in a free flight scenario. *European Journal of Operational Research*, **144**, 179-193.,
- [18] EUROCONTROL (2009). Fasti atc manual, <http://www.eurocontrol.int/fasti>. Último acceso: noviembre de 2009.
- [19] Hargraves C.R., y Paris S.W. (1987). Direct trajectory optimization using nonlinear programming and collocation. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **10**, 338-342.
- [20] Helme M. (1992). Reducing air traffic delay in a space-time network. IEEE International Conference on Systems, Management and Cybernetics, Chicago.
- [21] Horner P. (2008). On the right track. *OR MS Today* **35**.
- [22] Hoffman R., Hall W., Ball M., Odoni A., y Wamsbganss M. (1999) Collaborative decision making in air traffic flow management, NEXTOR Research Report, RR 99-2, UC Berkeley.
- [23] Jonker G., Meyer J.-J., y Dignum F. (2005a) Efficiency and Fairness in Air Traffic Control. Utrecht University.
- [24] Jonker G., Meyer J.-J., y Dignum F. (2005b) Towards a Market Mechanism for Airport Traffic Control. *Lecture notes in computer science*, **3808**, 500-511.

- 
- [25] Kersten G. (2009). *Negotiations and e-Negotiation Systems*. Springer-Verlag.
- [26] Kuchar J.K., y Yang L.C. (2000). A review of conflict detection and resolution modeling methods. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, **1**, 179-189.
- [27] Luck M., McBurney P., y Preist S. (2004). A manifesto for agent technology: towards next generation computing *Journal of Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, **9**, 203-252.
- [28] Odoni A.R. (1987). The flow management problem in air traffic control. En: *Flow Control of Congested Networks* (editado por A.R. Odoni, L. Bianco y G. Szego). Springer-Verlag.
- [29] Pallottino L., Feron E., y Bicchi A. (2002). Conflict resolution problems for air traffic management systems solved with mixed integer programming. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, **3**, 3-11.
- [30] Platz K., y Brokof U. (1994). Optimising air traffic flow at airports. En: *Advanced Technologies for Air Traffic Flow Management* (editado por H. Winter y H.-G. Nsser), Springer-Verlag,
- [31] Raiffa H., Richardson J., y Metcalfe D. (2002). *Negotiation Analysis: The Science and Art of Collaborative Decision Making*. Belknap Press, Harvard University.
- [32] Richards A., y How J.P. (2002). Aircraft trajectory planning with collision avoidance using mixed integer linear programming. Proc. American Control Conference (Anchorage, EE.UU.).
- [33] Richetta O. (1995). Optimal algorithms and a remarkably efficient heuristic for the ground holding problem in air traffic control. *Operations Research*, **43**, 758-770.
- [34] Terrab M., y Odoni A.R. (1993). Strategic flow management for air traffic control. *Operations Research*, **41**, 138-152.
- [35] US Dept. of Transportation, Boureau of Trasnportation Statistics (2007). Airline On-Time Statistics. <http://www.bts.gov/xml/ontimesummarystatistics/src/index.xml> (último acceso: noviembre 2009)
- [36] Vranas P.B., Bertsimas D.J., y Odoni A.R. (1994a). The multi-airport ground-holding problem in air traffic control. *Operations Research*, **42**, 249-261.

- [37] Vranas P.B., Bertsimas D.J., y Odoni A.R. (1994b). Dynamic ground-holding policies for a network of airports, *Transportation Science*, **28**, 275-291.
- [38] Wambsganss M. (1997). Collaborative decision making through dynamic information transfer. *Air Traffic Control Quarterly*, **4**, 107-123.
- [39] Wang H. (1991). A dynamic programming framework for the global flow control problem in air traffic management, *Transportation Science*, **25**, 308-313.

#### **Acerca del autor**

**Antonio Alonso-Ayuso** (Ldo. Mat. UCM'92, Dr. Mat. UCM'97), Profesor Titular de Universidad en el área de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad Rey Juan Carlos. Ha participado en diversos proyectos de investigación de la URJC, UCM, Comisión Europea y del Plan Nacional (varios como IP). Sus intereses de investigación son la Programación Matemática Lineal y Entera, los Modelos de Ayuda a la Decisión, la Programación Estocástica aplicada a Modelos Combinatorios. Tiene varias publicaciones en revistas internacionales de alto nivel y colabora con empresas en el desarrollo de proyectos de transferencia tecnológica.